Résumé de présentation Meryeme HASSOUNA

Modélisation mathématique avec les équations différentielles fractionnaires en épidémiologie.

Meryeme HASSOUNA, meryeme.hassouna@univ-perp.fr, Laboratory of Mathematics and Physics (LAMPS)

Contexte

Les équations différentielles fractionnaires constituent une généralisation des équations différentielles ordinaires. Elles se présentent dans le domaine de la modélisation mathématique pour caractériser des modèles présentant des effets de mémoires dans leurs structures.

La dérivation fractionnaire est un concept de généralisation de la dérivation (normale d'ordre entier) à un ordre non entier. Du point historique, cette notion remonte jusqu'à l'époque de Leibniz où la différentiation ordinaire a été inventée. Sa naissance est décrite autour des années 1700. Dès lors, cette notion a connu un développement théorique considérable. En effet, en 1695 la première problématique, autour de la dérivée d'ordre 1/2, a été posée par les deux célèbres mathématiciens Leibniz et l'Hôpital. Par la suite, cette problématique a flammé l'esprit de plusieurs autres mathématiciens. Ils ont essayé de donner des définitions adéquates de l'opérateur dérivation fractionnaire $D^{\alpha}f(x)$, α n'est pas nécessairement un entier.

Au cours des dernières décennies, un intérêt particulier a été accordé au calcul fractionnaire. En effet, on a assisté à un passage des formulations mathématiques pures à des applications qui ont commencé à voir le jour depuis les années 1990. Ainsi, des équations différentielles fractionnaires sont apparues dans plusieurs domaines tels que l'ingénierie et la physique [16, 17, 97] , la biologie [14], épidémiologie [13, 24,29], la finance [15] et la mécanique [11, 12].

Une importante propriété d'une dérivée fractionnaire est le fait qu'elle traduit un effet de mémoire ou d'histoire. En effet, dans le cas ordinaire, la dérivée a un caractère local, ce qui veut dire que la dérivée d'une fonction f en un point t, dépend du comportement local de la fonction f au voisinage du point t. Cependant, les différentes dérivées fractionnaires ont un caractère non- local [81] : Les dérivées fractionnaires sont définies sur un intervalle $[a, t]$. Ainsi, la dérivée fractionnaire d'ordre α d'une fonction f en t est notée $D^{\alpha}_{[a,t]}f(t)$. Cette dérivée dépend du comportement de la fonction f en tout l'intervalle $[a, t]$. Ce que nous désignons par le fait que les dérivées fractionnaires traduisent un effet de mémoire ou d'histoire.

L'épidémiologie est une discipline qui vise à comprendre le mode de propagation d'une épidémie. Elle distingue les catégories qui interviennent naturellement dans la propagation d'une épidémie et les moyens de sa transmission. Son objective est de choisir les meilleures stratégies d'atténuation de la dynamique de l'épidémie et de contrôler son impact sur la santé de la population et sur la santé publique en général. Plus généralement, cette science peut être appliquée à des problèmes de diffusion qui ne sont pas nécessairement épidémiques tels que la propagation d'un virus dans une population d'ordinateurs [74] et d'une rumeur dans une population de médias [75].

Historiquement, la première tentative d'introduire la modélisation mathématique dans le domaine d'étude de la dynamique d'une population remonte à Fibonnaci, qui a considéré une population de Lapins et il a étudié mathématiquement sa croissance. Alors, il a obtenu que le nombre total suit une suite de Fibonnaci. La considération de l'effet de mémoire dans l'étude d'une maladie non infectieuse de longue durée a un grand effet sur la réponse dynamique de son modèle mathématique. Cela est dû à la grande période de la maladie lors de laquelle, il est nécessaire de suivre un traitement prolongé pour les individus infectés qui en sont atteints. Des exemples des modèles fractionnaires des maladies non infectieuses de longue durée sont : Le VIH [78], le psoriasis [79,80], le malaria [82] et Ebola [96].

Dans cette présentation on rappelle quelques préliminaires théoriques de la dérivée fractionnaire et on vas présenter quelques applications de la modélisation avec les équations différentielles fractionnaires en épidémiologie, comme : le modèle épidémique S.I.S fractionnaire [13] et la stabilité du modèle fractionnaire épidémique de psoriasis [84].

Bibliographie

[16] H. Sunetal., *A new collection of real world applications of fractional calculus in science and engineering.* Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation,64,213-231, 2018.

[17] A. Kilbasetal., *Theory and applications of fractional differential equations.* North-Holland Mathematics Studies.Elsevier,2006.

[97] D.Lei, Y.Liang, and R.Xiao, *A fractional model with parallel fractional Maxwell elements for amorphous thermoplastics.* Physica A:Statistical Mechanics and its Applications,490,465-475, 2018.

[14] T.Langlands, B.I. Henry and S.Wearne, *Fractional cable equation models for anomalous electrodiffusion innerve cells:infinite domain solutions.* Journal of Mathematical Biology 59,761- 808,2009.

[13] M.Hassouna, A.Ouhadan and E.H. El Kinani, *On the solution of fractional order SIS epidemic model.* Chaos,Solitons and Fractals,117,168-174,2018.

[24] J. Biazar, *Solution of the epidemic model by adomian decomposition method.* Appl.Math. Comput.,173(2),1101-1106,2006.

[29] E. Ahmed, A.M.A.El-Sayed and H.A.El-Saka, *Equilibrium points, stability and numerical solutions of fractional-order predator-prey and rabies models.* Journal of Mathematical Analysis andApplications,325(1),542-553,2007.

[15] V.E.Tarasov, *On history of mathematical economics:Application of fractional calculus.* Mathematics,7(6),509,2019.

[11] F.Mainardi, G.Spada, *Creep,Relaxation and Viscosity Properties for Basic Fractional Models in Rheology.* Eur.Phys.J.Spec.Top.,193(1),133-160,2011.

[12] F.Mainardi, *Fractional Calculus and waves in Linear Viscoelasticity: An Introduction to Mathe matical Models.* Imperical college Press,2010.

[81] M.Saeedianetal., *Memory effects on epidemic evolution:The susceptible-infected-recovered epidemic model.* PhysicalReviewE.,95(2),022409,2017.

[74] J.O.Kephart, S.R.White and D.M.Chess, *Computers and epidemiology.* IEEEspectrum,30(5), 20-26,1993.

[75] L. Zhaoetal., *SIR rumor spreading model in the new media age.* PhysicaA:Statistical Mecha- nics and its Applications,392(4),995-1003,2013.

[78] H. Ye,Y.Ding, *Nonlinear dynamics and chaos in a fractional-order HIVmodel.* Mathematical Problems in Engineering,2009.

[79] A. Datta,P.K.Roy, *Effect of half-saturation in psoriatic pathogenesisusing fractional derivative: A mathematical study.* inflammation,2(3),4-5,2014.

[80] X. Caoetal., *Fractional-order model of the disease psoriasis: a control based mathematical approach.* Journal of Systems Science and Complexity,29(6),1565-1584,2016.

[82] C.M.Pinto,J.T.Machado, *Fractional model for malaria transmission under control strategies.* Computers and Mathematics with Applications, 66(5),908-916,2013.

[96] I. Al-Darabsah, *A time-delayed epidemic model for Ebola disease transmission.* Applied Mathematics and Computation,290,307-325,2016.

[84] M.Hassouna, A.Ouhadan and E.H.El Kinani, *On the stability of proliferation of kertinocytes in psoriatic skin fractional model.* Mathematical Methods in the Applied Sciences,1-8,https://-doi.org/10.1002/mma.6023,2019.