



Journées de Géométrie Différentielle en mémoire de Pierre Molino

Les 16 et 17 juin 2022

au Couvent des Dominicaines des Tourelles
à Saint-Mathieu de Trévières (Hérault)



Jesus A. Alvarez Lopez (Université de Santiago de Compostella, Espagne),
Zeta invariants of Morse forms

Abstract.

Given a closed real 1-form η on a closed Riemannian manifold (M, g) , let d_z , δ_z and Δ_z be the induced Witten's type perturbations of the de Rham derivative and coderivative and the Laplacian on differential forms on M , parametrized by $z \in \mathbb{C}$, and let $\zeta(s, z)$ be the zeta function of $s \in \mathbb{C}$ given by $\zeta(s, z) = \text{Tr}^s(\eta \wedge \delta_z \Delta_z^{-s})$ when $\Re s \gg 0$. For a class of Morse forms η , we prove that $\zeta(s, z)$ is smooth at $s = 1$ for $|\Re z| \gg 0$, and the zeta invariant $\zeta(1, z)$ converges to some $\mathbf{z} \in \mathbb{R}$ as $\Re z \rightarrow +\infty$, uniformly on $\Im z$. We describe \mathbf{z} in terms of the instantons of an auxiliary Smale gradient-like vector field X and the Mathai-Quillen current on TM defined by g . Any real cohomology class has a representative η satisfying the needed hypothesis. If n is even, we can prescribe any real value for \mathbf{z} by perturbing g , η , and X ; if moreover M is oriented, we can also achieve the same limit as $\Re z \rightarrow -\infty$. This is used to define and describe certain tempered distributions induced by g and η . These distributions appear as the contributions from the compact leaves preserved by the flow in a trace formula for simple foliated flows on closed foliated manifolds, which gives a solution to a problem proposed by C. Deninger. This is joint work with Yuri Kordyukov and Eric Leichtnam.

Mohamed Boucetta (Université de Marrakech, Maroc),
On the Hermitian structures of the sequence of tangent bundles of an affine manifold endowed with a Riemannian metric.

Abstract. Let $(M, \nabla, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ be a manifold endowed with a flat torsionless connection ∇ and a Riemannian metric $\langle \cdot, \cdot \rangle$ and $(T^k M)_{k \geq 1}$ the sequence of tangent bundles given by $T^k M = T(T^{k-1} M)$ and $T^1 M = TM$. We show that, for any $k \geq 1$, $T^k M$ carries a Hermitian structure (J_k, g_k) and a flat torsionless connection ∇^k and when M is a Lie group and $(\nabla, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ are left invariant there is a Lie group structure on each $T^k M$ such that (J_k, g_k, ∇^k) are left invariant. It is well-known that (TM, J_1, g_1) is Kähler if and only if $\langle \cdot, \cdot \rangle$ is Hessian, i.e. in each system of affine coordinates (x_1, \dots, x_n) , $\langle \partial_{x_i}, \partial_{x_j} \rangle = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j}$. Having in mind many generalizations of the Kähler condition introduced recently, we give the conditions on $(\nabla, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ so that (TM, J_1, g_1) is balanced, locally conformally balanced, locally conformally Kähler, pluriclosed, Gauduchon, Vaismann or Calabi-Yau with torsion. Moreover, we can control at the level of $(\nabla, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ the conditions insuring that some $(T^k M, J_k, g_k)$ or all of them satisfy a generalized Kähler condition. For instance, we show that there are some classes of $(M, \nabla, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ such that, for any $k \geq 1$, $(T^k M, J_k, g_k)$ is balanced non-Kähler and Calabi-Yau with torsion. By carefully studying the geometry of $(M, \nabla, \langle \cdot, \cdot \rangle)$, we develop a powerful machinery to build a large classes of generalized Kähler manifolds.

Grant Cairns (La Trobe University, Melbourne, Australie),
Geodesic subspaces of Lie algebras.

Abstract. One of Pierre Molino's principal mathematical achievements was his theory of Riemannian foliations. One of his last papers, published in 2001, showed that his theory could be extended to a large class of non-integrable distributions. The key notion here is that of a geodesic vector subspace of a Lie algebra. This talk will examine the basic properties of geodesic vector subspaces.

Sorin Dumitrescu (Laboratoire J.A. Dieudonné, Nice),
Feuilletages holomorphes et géométries de Cartan transverses.

Résumé. Cet exposé présentera l'aspect feuilleté des géométries (connexions) de Cartan qui sont des structures géométriques infinitésimalement modelées sur des espaces homogènes. Après une introduction du cadre classique, nous allons montrer des résultats de classification pour les feuilletages holomorphes avec des géométries de Cartan transverses sur les variétés de Calabi-Yau et sur les variétés rationnellement connexes.

L'exposé s'attachera à introduire le cadre classique et les motivations de manière géométrique et accessible.

Camille Laurent-Gengoux (IECL, Metz),
Quelques développements récents autour de la classe de Molino.

Résumé.

La classe de Molino, et sa cousine dite d'Atiyah, peuvent être unifiées par ce que l'on appelle les paires d'algébroides de Lie. Nous montrerons quelques conséquences géométriques de sa nullité dans le cas des feuilletages. Et étudierons les conséquences de sa non-nullité. Je résumerai des travaux de Z. Chen, M. Stiénon, H. Liao, Y. Voglaire et P. Xu.

Yohann Le Floch (IRMA, Strasbourg),
Inverse spectral theory for semitoric systems.

Abstract. Semitoric systems are four-dimensional integrable systems whose momentum map has one component generating a circle action and possesses mild singularities. They have been completely classified symplectically, and the construction of their invariants involve both regular and singular actions. These systems have quantum counterparts consisting in pairs of commuting operators on some Hilbert space. With San Vu Ngoc (Université Rennes 1), we proved an inverse result for such a pair : from its joint spectrum, one can recover all the symplectic invariants of the underlying semitoric system, and hence the system up to isomorphism, in a constructive way. I will explain all these notions and state our precise result.

Charles-Michel Marle (Sorbonne Université),
Souvenirs de Pierre Molino.

Résumé. Je présenterai mes échanges scientifiques avec Pierre Molino, qui ont porté sur les structures de contact, le crochet de Jacobi, les contraintes en mécanique, les variables actions-angles. Ces échanges ont été pour moi très enrichissants. Je dirai aussi quelques mots à propos du Séminaire Sud-Rhodanien de Géométrie, dont Pierre Molino fut un des principaux acteurs.

Eva Miranda (Université de Barcelone, Espagne),
Feuilletages Lagrangiens, singularités et modèles cotangents.

Résumé. En suivant l'héritage de Pierre Molino on décrit des invariants de feuilletages Lagrangiens en nous concentrant sur les systèmes intégrables. On considère aussi des problèmes de classification en présence des singularités en termes de "modèles cotangents" et l'on donne des applications à la quantification géométrique.

Tien Zung Nguyen (IMT, Toulouse),
Le principe de conservation torique

Résumé. Dans cet exposé, je veux expliquer le principe de conservation torique, et l'implication de ce principe dans les problèmes de normalisation de systèmes dynamiques intégrables et non-intégrables et de structures géométriques.

Vladimir Salnikov (LaSIE, La Rochelle),
From constraint foliations to Dirac dynamics.

Abstract. I will start this talk by recalling various instances of Dirac structures in mechanics. Motivated by them I will address the question of variational formulation of dynamics on Dirac structures, and in particular obstructions to it. Time permitting, I will also comment on possible application of these results to design numerical methods preserving Dirac structures, technical and conceptual difficulties that may appear in the process. The talk is based on the following papers :

[1] O. Cosserat, C. Laurent-Gengoux, A. Kotov, L. Ryvkin, V. Salnikov, On Dirac structures admitting a variational approach, Preprint : arXiv :2109.00313

[2] D.Loziienko, V.Salnikov, A.Hamdouni, Construction of pseudo-geometric integrators, Programming and Computer Software, 2, 2022.

Francisco Javier Turiel (Université de Malaga, Espagne),
On the minimal dimension of the orbits of a \mathbb{R}^n -action

Abstract.

Consider a smooth action of \mathbb{R}^n on a connected manifold M , not necessarily compact, of dimension m and rank k . Assume that M is not a cylinder. Then there exists an orbit of the action of dimension $< (m + k)/2$. As a consequence, one shows that if there is a non-zero element of the ring of Pontrjagin classes of M of degree $4\ell \geq 4$, then there exists an orbit of the action of dimension $\leq m - \ell - 1$.
open manifold.

Alain Veeravalli (Université d'Evry Val d'Essonne),
Compactification d'actions de \mathbb{R}^n et systèmes hamiltoniens de type torique.

Résumé. Considérons un système hamiltonien (M_{2n}, ω, H) muni d'un espace vectoriel \mathcal{A} de dimension finie d'intégrales premières. Le centre de \mathcal{A} pour le crochet de Poisson définit une action hamiltonienne infinitésimale de \mathbb{R}^k sur M_{2n} . Si \mathcal{O} est une orbite compacte de cette action, on montre qu'une hypothèse convenable sur les jets de fonctions de \mathcal{A} permet de donner au système une forme normale de type torique au voisinage de \mathcal{O} . Ce résultat, qui répond favorablement à une conjecture de P. Molino, généralise les théorèmes d'Arnol'd-Liouville, Eliasson, Nekhoroshev et sa version à singularités donnée par J.-P. Dufour. La clé de la démonstration est un théorème de compactification d'actions de \mathbb{R}^k qui étend un résultat antérieur de J.-P. Dufour et P. Molino. On termine enfin par l'étude de la géométrie globale des systèmes hamiltoniens qui présentent en tout point une forme normale de type torique.